Exercice 10 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}$.

1°/ Etudier les variations de f.

2°/ Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Montrer que le point A(0,1) est un centre de symétrie de C_f.

b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à C_f au point A.

3°/a) Etudier la position de C_f et (T).

b) Tracer C_f et (T).

Exercice 11 :

Soit $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$

$$x\mapsto\frac{x^3+2x^2+3x-2}{x^2+3}$$

A. On note ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°/ Montrer que f est dérivable sur $\mathbf{R}$ et que : $\forall x\in\mathbf{R}$,

$$f'(x)=\frac{(x+1)^2(x^2-2x+9)}{(x^2+3)^2}.$$

2°/ Etudier les variations de f.

3°/a) Montrer qu'il existe trois réels a, b, c tels que :

$$\forall x\in\mathbf{R},\ f(x)=ax+b+\frac{c}{x^2+3}.$$

b) En déduire que ($\mathcal{C}$) admet une asymptote oblique Δ.

4°/ Etudier la position de ($\mathcal{C}$) et Δ.

5°/a) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à ($\mathcal{C}$) au point d'abscisse $x_0=0$.

b) Montrer que (T) // Δ.

c) Etudier la position de ($\mathcal{C}$) et (T).

d) Tracer ($\mathcal{C}$).

B. Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ définie par : $\begin{cases}u_0=-1/2\\ \text{et}\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$